

Inhalt		
Editorial	Seite 1	Das Standard-Probiertglas
CASIO Royal	Seite 1-2	Lösungsdokumentationen von Schülerinnen und Schülern im CAS-Abitur
Neue 3D-App: Schnitt von zwei Kugeln	Seite 3	Prüfungsmodus
Eine Prüfungsaufgabe aus Portugal	Seite 4	Die zentralisierte Reifeprüfung 2015/16 in der Berufsbildung (Österreich)
Rätselcke	Seite 4	3D mit dem ClassPad II
		Wo versteckt sich hier die Erdbeschleunigung? Übersicht der Konstanten
		Atemlos
		Lehrer-Info-Service
		Impressum

Editorial

Liebe Lehrerinnen und Lehrer,

im CASIO forum zeigen Kolleginnen und Kollegen Anregungen und Beispiele für den Unterrichtseinsatz unserer Rechner.

Im Leitartikel wird ein interessantes Spiel vorgestellt, bei dessen Analyse unter mathematischen Gesichtspunkten die Grafikrechner unterstützend eingesetzt werden können. Grundlegend neu sind sehr anschauliche 3D-Darstellungen für Aufgaben der linearen Algebra. Gleich drei Artikel geben einen Einblick in die Aufgabenkultur in anderen Ländern. Unter anderem spielt eine „Bergparabel“ dabei eine wichtige Rolle. Wie sollen Schüler Lösungen notieren, die sie mit einem Rechner ermittelt haben? Diese Frage stellt sich immer wieder – ein Artikel zeigt mögliche Wege auf. Sie finden darüber hinaus eine Übersicht der Naturkonstanten in den neuen ClassWiz-Rechnern, Hinweise zum neuen Prüfungsmodus im ClassPad II, Messwerterfassung, eine Knobelaufgabe sowie einen interessanten Leserbrief.

Zum Ausprobieren der Beispielaufgaben im Unterricht können Sie unsere Grafikrechner im Klassensatz einschließlich Zubehör kostenlos für vier Wochen ausleihen. Einen Überblick über dieses und weitere Angebote finden Sie auf unserer Internetseite im Bereich Lehrersupport. Über Rückmeldungen zur Umsetzung der Aufgaben im Unterricht oder Anregungen zu bestimmten Themen freuen wir uns! Auch Beiträge sind herzlich willkommen, gern als E-Mail an education@casio.de

Ihr Redaktionsteam

CASIO Educational Projects

Wahrscheinlichkeitslehre mit dem FX-CG20/50

CASIO Royal – ein enaktiver Zugang mit Simulationen

Autor: Manuel Garcia Mateos, Landesinstitut für Pädagogik und Medien des Saarlandes



Die Wahrscheinlichkeitslehre bereitet vielen in der Mittel- und Oberstufe Unbehagen. Sie ist nicht intuitiv und eine falsche Modellierung leicht möglich. Der Realitätsbezug, die Relevanz und die Sinnhaftigkeit einer mathematischen Modellierung müssen gerade bei einführenden Beispielen gewährleistet sein. Es ist wichtig, entsprechende mathematische Modelle in der Realität durch Simulationen (händisch und mithilfe digitaler Werkzeuge) zu überprüfen (validieren). Aus der Simulation ergibt sich die Wahrscheinlichkeit als Schätzwert relativer Häufigkeiten. Der hier vorgestellte Einstieg über das Würfelspiel „Chuck-a-luck“ bietet Gelegenheit, Aussagen über Chancen, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten zu diskutieren,

(Fehl-)Vorstellungen zu thematisieren, über die Begriffe „Zufall“, „Wahrscheinlichkeit“, „absolute Häufigkeit“, „relative Häufigkeit“, „fair“ zu sprechen und mathematische Modelle zu konstruieren. Dieses Arbeitsblatt ist Teil einer Lerntheke zur Einführung in die Wahrscheinlichkeitslehre in Klassenstufe 7¹.

Chuck-a-luck ist ein in den Casinos tatsächlich vorkommendes Würfelspiel. Wie bei jedem Spiel in Casinos ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Casino-Betreiber einen Gewinn machen, größer als die, dass die Spieler gewinnen. Eine grundlegende Wahrheit, die vielen nicht bewusst ist oder die sie nicht glauben wollen. Bei Chuck-a-luck werden drei normale Spielwürfel benötigt.

Fortsetzung auf Seite 2

Der Spieler nennt seinen Einsatz, wählt eine Augenzahl und die Würfel werden (von einem Casinomitarbeiter) geworfen. Wenn die genannte Augenzahl nicht erscheint, geht der Einsatz an die Bank (das Casino). Erscheint die genannte Augenzahl bei einem Würfel, erhält der Spieler den einfachen Einsatz als Gewinn. Erscheint die genannte Augenzahl bei zwei Würfeln, erhält der Spieler seinen Einsatz zurück und den gleichen Betrag noch mal als Gewinn.

Bei einem Einsatz von k Euro gilt für die Zufallsvariable X : „Gewinn in Euro“ die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

x	-k	k	2k	3k
P(X)	0,5787	0,3472	0,0694	0,0046

In 57,9% aller Fälle verliert der Spieler also seinen Einsatz. Für den Erwartungswert ergibt sich daher:

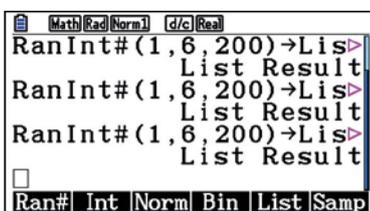
$$E(X) = k(-0,5787 + 0,3472 + 2 \cdot 0,0694 + 3 \cdot 0,0046) = -0,0789k$$

Ein gutes Spiel für das Casino, ein schlechtes Spiel für den Spieler und damit nicht fair.

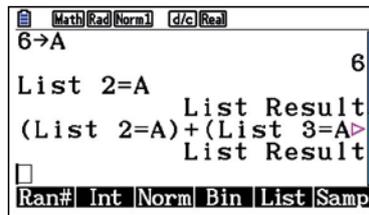
Das Arbeitsblatt ist relativ kurz – auf eine sprachliche Präzisierung der Begriffe „Wahrscheinlichkeit“, „Chance“, „Häufigkeit“, „fair“ wurde bewusst verzichtet. Erfahrungsgemäß hat fast jeder eine intuitive Grundvorstellung der Begriffe, die hier aufgegriffen und diskutiert werden können. Auch auf die mathematische Präzisierung der Begriffe „Ergebnis“ und „Ereignis“ sowie die Darstellung in einem Baumdiagramm wird verzichtet, weil das Arbeitsblatt (lediglich) Anlass für eine mathematische Modellierung und eine Diskussion sein soll.

Wenn (mindestens) drei Gruppen dieses Arbeitsblatt bearbeiten und ihre Ergebnisse in einer Tabelle zusammenfassend dargestellt werden, liefern die relativen Häufigkeiten gute Näherungen für die Wahrscheinlichkeiten. Aufgrund der relativen Häufigkeiten, die so ermittelt wurden, wird ziemlich schnell deutlich, dass das Spiel nicht fair ist. „Fair“ bedeutet in diesem Zusammenhang, dass sich Gewinnen und Verlieren finanziell ausgleichen. Um bessere Werte für die relativen Häufigkeiten bzw. für den Erwartungswert zu ermitteln, bietet sich nach dem „Gesetz der großen Zahl“ die Simulation mithilfe des CASIO FX-CG20/50¹ und einer Mittelwertbildung an.

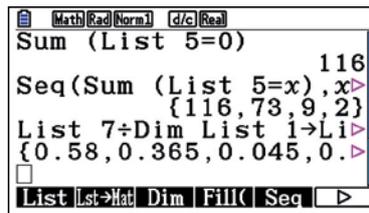
Die im Folgenden beschriebene Vorgehensweise eignet sich für sehr viele Simulationsvorgänge. Zunächst wird das 200-malige Werfen dreier Würfel simuliert und das Ergebnis in Listen gespeichert.



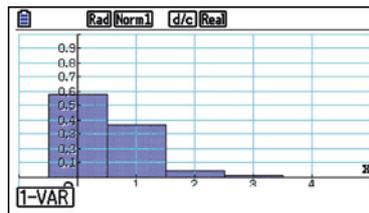
Nach Festlegung einer Zahl, die als Treffer gelten soll (z.B. 6), werden die Würfelrollen ausgewertet und die Trefferzahl gezählt.



Im nächsten Schritt werden absolute Häufigkeiten und die Häufigkeitsverteilung bestimmt.

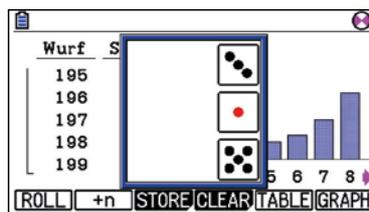


Nach Berechnung der relativen Häufigkeiten erfolgt die Auswertung der Simulation zum Abschluss tabellarisch und graphisch als Histogramm.



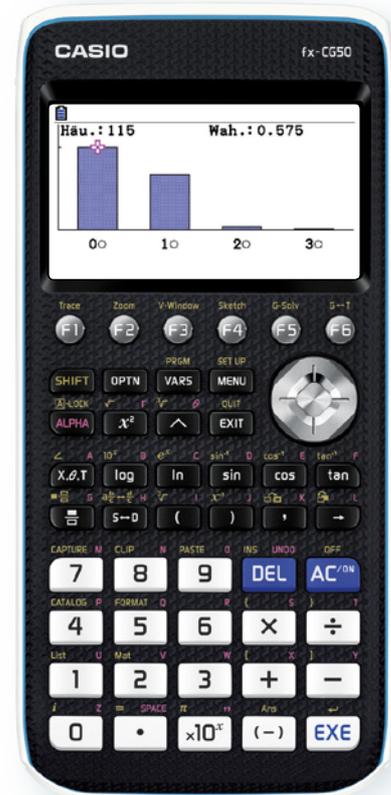
Es ist sinnvoll, in der Experimentierphase die gewählte Augenzahl wechseln zu lassen. Im Plenum können fehlende Vorstellungen thematisiert bzw. hinterfragt werden („Ist das wirklich so?“, „Muss das so gemacht werden?“). Es wird herausgearbeitet, dass sowohl die Augenzahl als auch das Wechseln oder Nichtwechseln für die Modellierung der Realität unwichtig sind. Auch muss die Frage nach der relativen Häufigkeit „auf lange Sicht“ gestellt werden und hiermit der Mittelwertbegriff und seine inhaltliche Bedeutung geklärt und thematisiert werden.

Wer möchte, kann alternativ auch den Zufallssimulator (Würfelexperiment, Setup, Dice: 3) nutzen, um die Daten zu erzeugen und die Ergebnisse in die Statistik (Store) übertragen:



Als weitere Vereinfachung der Modellierung kann das Würfelexperiment auch als gezinkter Münzwurf verstanden werden. Die Simulation gestaltet sich dann besonders

einfach (Zufallsg., Münzwurf, Setup, Advanced [F1], Tails: 5, Heads: 1). Nach dem 200-fachen Wurf dreier gezinkter Münzen können die absoluten und relativen Häufigkeiten direkt im Zufallssimulator abgelesen werden (Graph, Shift, Trace).



Der neue Grafikrechner FX-CG50 mit 3D-Darstellung und erweiterter Messwerverfassung ist eine kompatible Weiterentwicklung des FX-CG20.

Das Würfelspiel Chuck-a-luck habe ich als einen guten Einstieg in die Wahrscheinlichkeitslehre für die Klassenstufe 7 empfunden. Es hat Anlass gegeben, um mit den Schülern über die Begriffe zu sprechen und die Modellierung anzugehen. Viele kannten das Spiel nicht und es war nicht so offensichtlich wie das Würfeln. Vielfach wird gefordert, der Wahrscheinlichkeitslehre den Anschein der Würfelbudenmathematik zu nehmen, aber dieses Glücksspiel findet nun mal in Würfelbuden statt und es bietet sich daher an, es zu besprechen. Sinn war nicht, zu „erziehen“, Würfelbuden oder Glücksspiele zu meiden bzw. zu unterlassen. Dieses Spiel eignet sich meiner Meinung nach sehr gut, um den Unterschied zwischen Theorie und Realität deutlich zu machen. Hierauf aufbauend war es kein großes Problem mehr, auf mehrstufige Zufallsexperimente, Baumdiagramme und Pfadregeln einzugehen.

Auch in der Oberstufe konnte das Spiel Chuck-a-luck als Wiederholung in der Stochastik gute Dienste leisten. Vielfach waren auch hier Begriffe, Modellierungen und Verfahren unklar und konnten aufgefrischt werden. Andere Begriffe, wie etwa der Erwartungswert, konnten eingeführt werden.

Schnitt von zwei Kugeln grafisch dargestellt

Autor: Armin Baeger, Kurfürst-Balduin-Gymnasium Münstermaifeld

Aufgabe

Eine Kugel mit Mittelpunkt $(-2|-2|1)$ hat den Radius 4, die zweite Kugel hat den Mittelpunkt $(-1|3|3)$ und den Radius 3. Bestimmen Sie die Gleichung der Ebene E , in der die gemeinsamen Punkte der beiden Kugeln liegen. Skizzieren Sie beide Kugeln und die gesuchte Ebene.¹

Die notwendige Mathematik zur Lösung des Problems ist nicht besonders schwierig. Beide Kugelgleichungen werden aufgestellt: $K_1: (x+2)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 16$ und $K_2: (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 9$. Nach dem Ausmultiplizieren werden die Gleichungen voneinander subtrahiert: $2x + 10y + 4z = 17$. Das ist bereits die Koordinatengleichung der gesuchten Schnittebene.

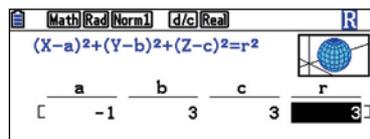
Was Schülerinnen und Schülern häufig schwerfällt, ist die Vorstellung von der räumlichen Veranschaulichung der gestellten Situation. Die 3D-Grafik-App des neuen CASIO FX-CG50 kann sie dabei unterstützen, diese Kompetenz zu trainieren. Natürlich können das auch 3D-Geometrieprogramme wie GeoGebra 3D oder Vectoris 3D, doch der Aufwand, den Computerraum aufzusuchen, ist in der Regel zu groß.

Über einen leicht zu bedienenden Eingabe-Editor können die Gleichungen von Geraden, Ebenen, Kugeln und Zylindern in den gängigen Darstellungsformen eingegeben werden; für Ebenen besteht z. B. die Wahlmöglichkeit zwischen der Eingabe von drei Punkten, der Parameterform und der Koordinatenform.

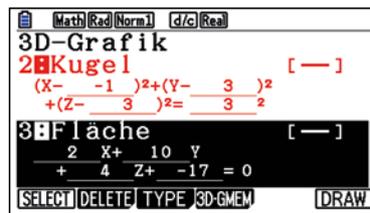
Wahl des gewünschten Objekts



Eingabe der Parameter

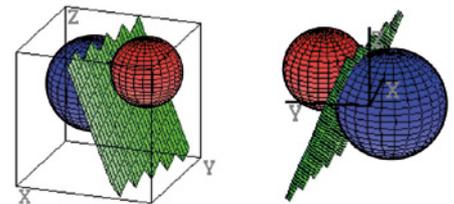


Bis zu drei Objekte können gleichzeitig dargestellt werden.



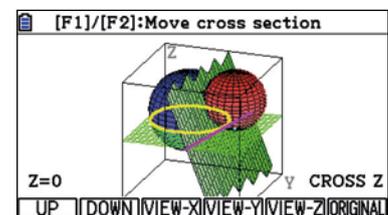
Ist wie bei Grafiktaschenrechnern üblich eine passende Einstellung des Grafikkfensters mithilfe des View-Window vorgenommen, wird die räumliche Darstellung von Kugeln und Schnittebene gezeichnet. Um den 3D-Eindruck zu erzielen, kann mit den Cursortasten in alle Richtungen rotiert werden, über OPTN auch automatisch. Die Fenstereinstellungen richtig vorzunehmen, erfordert von den Schülerinnen und

Schülern die Fähigkeit abzuschätzen, in welchem Bereich des Raumes die erwartete Figur liegt. In diesem Beispiel hat sich die Einstellung des Bereichs $[-6;6]$ für alle drei Koordinatenachsen angeboten. Die Darstellung kann in einer 3D-Box und/oder den Koordinatenachsen erfolgen.



Weitere grafische Optionen, die der Verständnisförderung dienen können, sind die Projektionen auf die xy -, yz - und xz -Ebenen sowie die Möglichkeit, die Schnitte der Parallelen dieser Ebenen darzustellen.

Diese 3D-Ansichten erhalten die Lernenden mit wenigen Tasteneingaben mit dem FX-CG50. Nun werden sie kaum noch ein Problem damit haben, die geforderte Zeichnung anzufertigen.



● Leserbrief

Sehr geehrte Damen und Herren,

mit Interesse habe ich (Mathelehrerin) die Ausgabe 1/2016 CASIO forum gelesen. Etwas erstaunt war ich über den angegebenen Lösungsweg zur Aufgabe „Das Quadrat, das aus dem Dreieck stieg“ auf S. 7 (Anm. d. Red.: Beitrag aus Finnland). Wäre es nicht viel einfacher, die Aufgabe ohne TR mit elementargeometrischen Überlegungen zu lösen?

Das blaue Quadrat nimmt die Hälfte der Fläche des vorgegebenen Dreiecks ein (Einteilung in vier kongruente Dreiecke durch Einzeichnen der Diagonale im blauen Quadrat; zwei davon blau). Das rote Quadrat nimmt $\frac{4}{9}$ der Fläche des vorgegebenen Dreiecks

ein (Einteilung in neun kongruente Dreiecke durch Einzeichnen der beiden Diagonalen im roten Quadrat und Erweiterung auf die weißen Dreiecke; vier davon rot). Damit ist das blaue Quadrat größer, da es den größeren Anteil des vorgegebenen Dreiecks einnimmt:

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8} > \frac{4}{9}$$

Ganz einfach lässt sich nun der Flächeninhalt des roten Quadrats bestimmen. Er beträgt nämlich $\frac{4}{9}$ des Flächeninhalts des vorgegebenen Dreiecks:

$$\frac{4 \cdot 25}{9 \cdot 2} = \frac{50}{9} = 5\frac{5}{9} = 5,\bar{5}$$

Hier wird kein Rechner oder Taschencomputer benötigt, man muss „nur“ richtig hinschauen und seine Argumentation gut strukturieren. Das empfinde ich als ein wichtiges Ziel im Mathematikunterricht. Natürlich sind auch andere Lösungswege, wie z.B. der von Ihnen angegebene, möglich. Ich wollte meine Überlegungen nur als Anregung verstanden wissen.

Mit freundlichen Grüßen

Kathrin Haase
Georgsmarienhütte

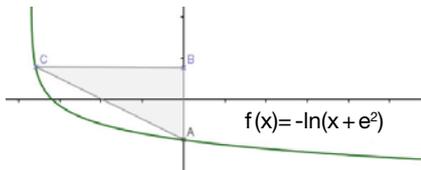
¹ Aufgabenidee aus G. Schmidt, M. Zacharias, A. Lergenmüller: Neue Wege Lineare Algebra und Analytische Geometrie. Braunschweig (Schroedel) 2010.

Eine Prüfungsaufgabe aus Portugal

Autor: Armin Baeger, Kurfürst-Balduin-Gymnasium Münstermaifeld

In der nationalen Abschlussprüfung der Sekundarstufe wurde in Portugal 2012 u.a. diese Aufgabe gestellt:

Gegeben ist eine Funktion f mit $f(x) = -\ln(x + e^2)$, $x \in]-e^2; +\infty[$.



Bekannt ist weiter: Der Punkt A hat die Koordinaten $(0|-2)$, B liegt auf der y-Achse, der Punkt C liegt auf dem Graphen von f und hat eine negative Abszisse. A, B und C bilden ein rechtwinkliges Dreieck mit dem Flächeninhalt 8 FE.

Aufgabe

a) Bestimmen Sie einen Funktionsterm, der die Größe des Flächeninhalts des Dreiecks ABC beschreibt.

b) Bestimmen Sie graphisch die Koordinaten des Punktes B (gerundet auf 2 Dezimalen).

Für die Lösung steht ein graphischer Taschenrechner zur Verfügung, wie er in Portugal als Hilfsmittel vorgeschrieben ist, hier mit einem CASIO FX-CG20/50.

Das Dreieck ABC hat einen rechten Winkel bei B. Mit x sei die x -Koordinate des Punktes C bezeichnet.

Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt

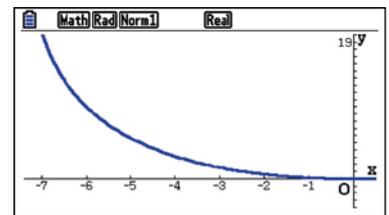
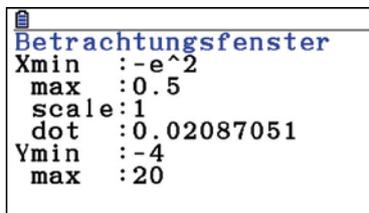
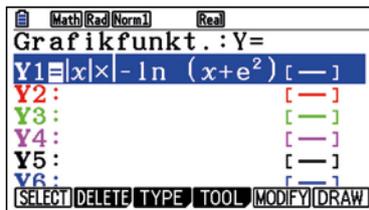
$$A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{AB}}{2}$$

mit $\overline{BC} = x$ und $\overline{AB} = -\ln(x + e^2) + 2$

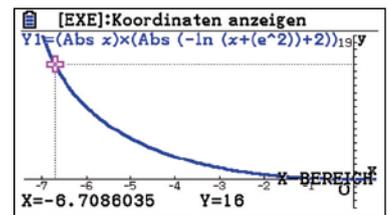
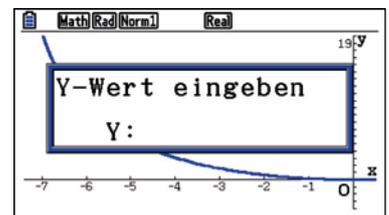
Somit ergibt sich folgender Term:

$$A = \frac{|x| \cdot |-\ln(x + e^2) + 2|}{2}$$

Zur Bestimmung des x -Wertes von B müsste die Gleichung $16 = |x| \cdot |-\ln(x + e^2) + 2|$ gelöst werden, was algebraisch nicht möglich ist. Da die x -Koordinate von C negativ sein soll, reicht es, bei der graphischen Lösung das Intervall $]-e^2; 0[$ zu betrachten. Nach Eingabe des Funktionsterms und der Fenstereinstellungen ergibt sich der Graph.



Gesucht ist nun derjenige x -Wert, für den der Wert der Funktion 16 beträgt. Mit F5 F6 F2 wird zu einem gegebenen y -Wert der zugehörige x -Wert berechnet. Gerundet ergibt sich $x = -6,71$.



Pietätlos?

Autor: Gerhard Glas, Marienschule Offenbach

$$3987^{12} + 4365^{12} = 4472^{12}$$

Wer diese Gleichung sieht, wird vor Entsetzen seinen Rechner fallen lassen. Sie beschreibt eine Lösung zu einem sehr alten Problem. Fermat, ein Amateur und trotzdem einer der größten Mathematiker seiner Zeit, hatte um das Jahr 1637 das Buch Arithmetika des Diophantus von Alexandria aus dem 3. Jahrhundert studiert. Dort fand er die Gleichung $x^2 + y^2 = z^2$ und zahlreiche ganzzahlige Zahlentripel, die diese Gleichung erfüllen. Weitere der unendlich vielen Lösungen zu finden, fand er eher langweilig.

Er suchte lieber Lösungen der Gleichungen vom Typ $x^n + y^n = z^n$ für $n > 2$. Dafür fand er keine Lösungen mit ganzzahligen Werten

für x , y und z , aber einen Beweis dafür, dass solche Lösungen gar nicht existieren. Auf den Rand der Buchseite notierte er, dass er einen wundersamen Beweis dafür gefunden habe, der aber auf diesem schmalen Rand der Buchseite keinen Platz habe. Leider hat er seinen Beweis auch nirgendwo sonst notiert, wie bei vielen anderen Ideen auch nicht. Der Satz wurde mit jedem Jahrhundert ohne Beweis immer berühmter, fand Eingang in Romane (*Verdammnis*), Filme und Theaterstücke, sogar in den Serien *Die Simpsons* und *Raumschiff Enterprise* fand er Erwähnung („Ein Rätsel, das wir auch im 24. Jahrhundert vielleicht niemals lösen werden.“). Aber 1995 gelang A. Wiles der Beweis dennoch. (Der Platz im CASIO Forum reicht leider nicht aus, um ihn hier

abzudrucken.) Und dann soll es doch noch ein Gegenbeispiel geben? Haben Fermat und Wiles sich geirrt? Nehmen Sie Ihren Taschenrechner und überprüfen Sie die Gleichung! Und dann noch den Taschencomputer.

Etwas einfacher zu durchschauen ist der Fehler in der Gleichung, die der Taschenrechner auch – bei entsprechender Eingabe – als korrekt nachrechnet.

$$1782^{12} + 1841^{12} = 1922^{12}$$

Warum erkennt er die Abweichung zwischen linker und rechter Seite nicht? Wie hoch ist die (prozentuale) Abweichung zwischen beiden Seiten der Gleichungen?

Das Standard-Probiertglas

Niederländische Prüfungsaufgabe

Dies ist ein Aufgabenbeispiel aus dem niederländischen Zentralabitur von 2012. Bei der Übersetzung fiel auf, dass die Niederländer eine sehr anschauliche Begrifflichkeit verwenden, die deshalb hier nicht unerwähnt bleiben soll: „bergparabool“ – die Bergparabel. Das Gegenstück dazu ist übrigens „dalparabool“ – die Talparabel. Raten Sie mal, was damit gemeint ist.

Bei einer Weinprobe kann die Form des Glases unerwünschte Wirkungen haben. So wird der Wein in einem großen Glas dunkler aussehen als in einem schmalen Glas. Die Breite des Glases wirkt sich auch auf das Aroma des Weines aus. Daher ist für die Verkostung von Weinen ein Standard entwickelt worden, das Testglas: ISO-Norm Weinprobiertglas.

Die Anforderungen, die diesem Standard-Test-Probiertglas auferlegt werden, sind in einem ISO-Bericht festgelegt. Auf der Grundlage der Informationen in diesem Bericht hat ein technischer Zeichner ein Modell des Standard-Probiertglases erstellt. Eine Seitenansicht dieses Modells ist in Abbildung 1 dargestellt.

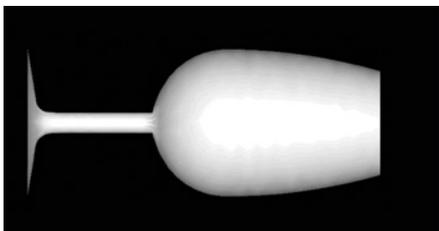


Abbildung 1

Um dieses Modell zu erstellen, hat der Zeichner drei mathematische Funktionen verwendet. Die entsprechenden Kurven beschreiben die Außenseite des Glases. Wenn diese Graphen um die x-Achse gedreht werden, entsteht ein Modell des Standard-Verkostungs-Probiertglases. In Abbildung 2 sind die drei Graphen und deren Spiegelung an der x-Achse zu sehen.

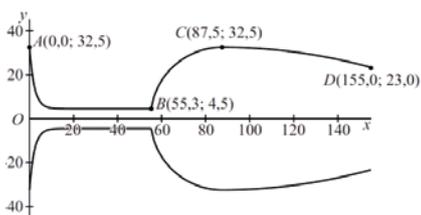


Abbildung 2

Die Kurve AB ist der Graph der Funktion f mit $f(x) = 4,5 + 28,0 \cdot e^{-0,452x}$ im Definitionsbereich $[0,0; 55,3]$. Hierbei sind die Achsen $f(x)$

und x in mm angegeben. Durch die Kurve AB, gedreht um die x-Achse, entstehen die Außenseite des Fußes und Stiels des Wein-glases. Fuß und Stiel sind solides Glas.

Aufgabe

1) Berechnen Sie das gemeinsame Volumen des Fußes und des Stiels. Runden Sie Ihre Antwort auf ganze cm^3 .

Um die Kurve CD zu zeichnen, wird eine nach unten geöffnete Parabel mit C als höchstem Punkt verwendet. Ein Funktionsterm dieser Parabel kann durch vorläufiges Verschieben der Kurve CD gefunden werden, sodass C im Ursprung liegt. In Abbildung 3 ist die Kurve CD und die verschobene Kurve durch den Ursprung eingezeichnet sowie die Verschiebung.

Die verschobene Kurve ist Teil einer Parabel mit dem Hochpunkt $(0; 0)$ und hat somit einen Funktionsterm der Form $y = a \cdot x^2$, mit $a < 0$. Nun kann die verschobene Kurve auf die originale Kurve CD zurückverschoben werden. In Abbildung 3 ist auch diese Verschiebung zu sehen.

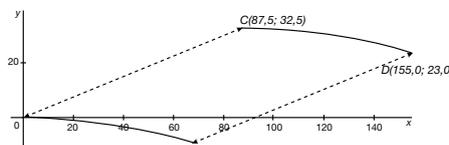


Abbildung 3

Aufgabe

2) Stelle einen Funktionsterm für die Kurve CD auf.

In Abbildung 4 sind wieder die drei Graphen und deren an der x-Achse gespiegelte Bilder zu sehen.

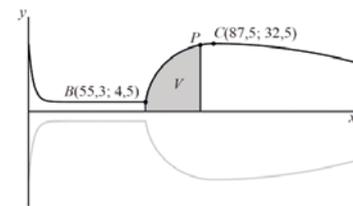


Abbildung 4

Für eine Weinprobe wird ein Glas vorzugsweise mit 50 ml Wein gefüllt. Deshalb will der Zeichner in Abbildung 4 die Stelle markieren, bis zu der das Standard-Probiertglas gefüllt werden muss, um 50 ml Wein zu enthalten. Dieser Punkt P liegt auf der Kurve BC. Kurve BC ist die graphische Darstellung der Funktion g mit

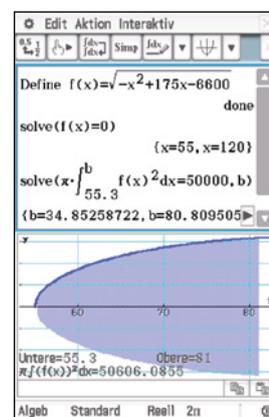
$$g(x) = \sqrt{-x^2 + 175x - 6600}$$

im Definitionsbereich $[55,3; 87,5]$. Auch die Achsen $g(x)$ und x sind in mm angegeben. In Abbildung 4 ist der Flächenabschnitt V Grau dargestellt, der durch die vertikalen Linien durch B und P, die x-Achse und die Kurve BP begrenzt ist.

Wenn V um die x-Achse gedreht wird, hat der Rotationskörper somit einen Inhalt, der 50 ml entspricht. Die Dicke des Glases wird vernachlässigt.

Aufgabe

3) Berechnen Sie mithilfe des Integrals die x-Koordinate von P. Runden Sie Ihre Antwort auf eine ganze Zahl.



Quelle: www.alleexamens.nl und www.examencursus.com

Buchtip

Mathematik mit dem Casio FX-991DE X

Cornelsen CASIO

Dr. Wolfgang Ludwicki, Gerhard Glas, Thomas Wilhelm-Schwarzer, Dominik Scala: Mathematik mit dem FX-991DE X

Die verschiedenen Möglichkeiten, den Taschenrechner im Unterricht gewinnbringend einzusetzen, werden anhand vieler Unterrichtsbeispiele vorgestellt: vom Einfachen bis zum Anspruchsvollen, von der Mittel- bis zur Oberstufe. Zahlreiche Abbildungen ergänzen die Texte.

Lösungsdokumentationen von Schülerinnen und Schülern im CAS-Abitur

Autor: Johannes Beck, Julius-Maximilians Universität Würzburg

Seit 2011 gibt es in Bayern neben dem traditionellen Abitur auch die Möglichkeit, die schriftliche Prüfung unter Verwendung eines Computeralgebrasystems (CAS) zu schreiben. Über die Chancen, die sich dadurch für den Unterricht eröffnen, gibt es bereits zahlreiche Vorschläge und verschiedene Untersuchungen (etwa Barzel et al. 2005). Auch auf die damit einhergehenden veränderten Anforderungen an CAS-Prüfungsaufgaben wurde schon eingegangen (vgl. Pallack 2007).

Diese beiden Aspekte des CAS-Einsatzes haben mehr oder weniger das Unterrichten von Mathematik im Blick. Wie Lösungen in Klausuren und Prüfungen aufgeschrieben werden sollen, ist für Schülerinnen und Schüler sowie für Lehrerinnen und Lehrer eine wichtige Frage (vgl. Beck 2015). Die Herausforderungen der veränderten Dokumentationskultur gegenüber traditionellen Prüfungen mit Papier und Bleistift sollen im Folgenden ausgehend von einer Beispielaufgabe aus dem bayerischen CAS-Abitur 2014 auch anhand von authentischen Schülerlösungen dargestellt werden.

Lösungsdokumentationen unter wissenschaftlicher Betrachtung

Eine Beispielaufgabe aus dem CAS-Abitur 2014:

Gegeben ist die Polynomfunktion dritten Grades s , die in einem bestimmten Bereich modellhaft eine Autobahnausfahrt beschreiben soll. Bestimmen Sie den Punkt, in dem die Rechtskurve in eine Linkskurve übergeht.

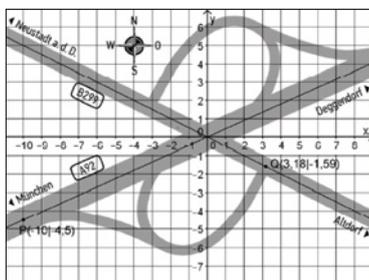


Abbildung 1 –

vgl. <https://www.isb.bayern.de/gymnasium/leistungserhebungen/abiturpruefung-gymnasium/mathematik/2014/>

Für Schülerinnen und Schüler stellt sich neben der inhaltlichen Bearbeitung die Frage, was sie ihren Lehrkräften mitteilen müssen, damit diese die Lösung verstehen und sie adäquat bewerten können.

Diese Frage soll zwei Aspekte illustrieren: Zum einen stellen Lösungsdokumentationen Texte dar (vgl. Beck/Maier 1996), die der Kommunikation zwischen dem Schreiber (Textproduzent) und einem Leser (Textrezipient) dienen. Der Textproduzent (hier Schülerinnen und Schüler; oft aber auch Lehrerinnen und Lehrer) orientiert sich an seinem Wissen über Kommunikation, um seine „Botschaft“/Nachricht zu übermitteln.

Zum anderen orientiert er sich auch an Normen, zieht also sein Wissen darüber heran, wie „Lösungsdokumentationen auszu sehen haben“. Der zweite Aspekt besteht also darin, dass Lösungsdokumentationen beispielsweise folgenden Normen unterliegen.

- Rechtliche Vorgaben könnte es in Form von Mitteilungen der Kultusministerien geben, in denen Richtlinien festgelegt werden. Von offizieller Seite angebotene Beispieldokumentationen zählen hierzu genauso wie die verbindliche Richtlinie, dass keine elektronischen Dokumentationen im Abitur abgegeben oder bewertet werden dürfen.
- Schülerinnen und Schüler stellen mathematische Inhalte spätestens mit Beginn der Grundschule auch auf einem gewissen formalen Level schriftlich / symbolisch dar. Die dabei erlernten Regeln werden natürlich auch im CAS-Unterricht teilweise fortgeführt.
- Lehrer haben Vorstellungen zu CAS-Dokumentationen und geben diese weiter (Beispiel: Sollen/dürfen CAS-Befehle notiert werden? -> s.u.).

Lehrkräfte stellen aber auch oft die Frage: Wie sollen wir dokumentieren lassen? Diese Frage ist deshalb berechtigt, da die Art und Weise, wie dokumentiert werden soll, sich nicht innermathematisch-logisch begründen lässt, sondern, wie gerade aufgezeigt, mehr als „nur“ Mathematik umfasst.

Schülerbeispiele

Obige Überlegungen sind im Rahmen einer Untersuchung von Schülerlösungen aus dem Abitur mit CAS seit 2014 hervorgegangen. Hierbei bestand der erste Schritt darin, herauszufinden, wie Schülerinnen und Schüler dokumentieren, welche vielfältigen Formen es evtl. gibt und welche Probleme oder Schwierigkeiten ggf. entdeckt werden können. Folgende drei Abbildungen zeigen, was Schülerinnen und Schüler im Abitur aufgeschrieben haben:

c) $s(x) = 0,01156x^3 + 0,1771x^2 + 0,5230x - 5,44$
 Wendestelle mithilfe der 2. Ableitung:
 $s'(x) \stackrel{\text{CAS}}{=} 0,03468x^2 + 0,3542x - 0,523$
 $s''(x) \stackrel{\text{CAS}}{=} 0,06936x + 0,3542$
 $s''(x) = 0$
 $\Rightarrow x = -5,10668x - 5,11$
 $\Rightarrow W(-5,11 | s(-5,11)) =$
 $W(-5,11 | -5,01)$

Abbildung 2 – Schülerlösung 1

c) $s(x) = 0,01156x^3 + 0,1771x^2 + 0,5230x - 5,44$
 $s'(x) \stackrel{\text{CAS}}{=} \frac{347x}{12500} + \frac{1771}{5000}$
 $s''(x) = 0$
 $\text{CAS: } x = -\frac{8255}{1784} \approx -5,11$
 $s(-5,11) \approx -5,01$
 \rightarrow Der Wendepunkt liegt bei $(-5,11 | -5,01)$, sodass hier die Rechtskurve zur Linkskurve wird.

Abbildung 3 – Schülerlösung 2

c) $SSG(x) = \frac{d}{dx}(s(x))$
 $SSS(x) := \frac{d}{dx}(SSG(x))$
 solve(SSS(x)=0,x) $\rightarrow x = -5,10668$
 solve(SSS(x)>0,x) $\rightarrow x >$
 solve(SSS(x)<0,x) $\rightarrow x <$
 \rightarrow an der Stelle $s(-5,10668) \approx -5,01$
 $\rightarrow s(-5,10668)$ ändert sich die Krümmung.

Abbildung 4 – Schülerlösung 3

Alle Lösungen verwenden dieselbe mathematische Idee: das Bestimmen des Wendepunktes mittels zweiter Ableitung. Allerdings erklärt die erste Lösung (Abb. 1) diese Idee vor der Ausführung explizit in einem Satzfragment. Die zweite Lösung dagegen erklärt die Bedeutung der Ergebnisse (wenn auch die Lösung nicht ganz vollständig ist) verbal in Form eines Antwortsatzes, der den Rückbezug zum Sachkontext herstellt. Dies ist in der dritten Lösung nicht der Fall (Abb. 4). Hier bleibt der Schüler auf der Ebene der Mathematik.

Die Dokumentationen lassen erkennen, wann das CAS eingesetzt wurde. Die ersten beiden Lösungen tun dies, ohne explizit zu machen, auf welche Weise das CAS verwendet wurde. Um das zu verstehen, muss der Leser das nötige Wissen über das verwendete Werkzeug und seine Funktionalitäten bereits besitzen. Für die Kommunikation in einer Prüfung zwischen dem Prüfling und seinem Lehrer stellt dies im Allgemeinen kein Problem dar. In der dritten Bearbeitung werden explizit die Befehle angegeben, die verwendet werden (vgl. Abb. 4). In ihnen ist

ebenfalls die *mathematische Idee* enthalten.

In der ersten Lösung tritt der traditionelle Aufbau (wie bei der Lösung per Hand) deutlich hervor. Schritt für Schritt werden die erste und zweite Ableitung bestimmt und die (Teil-) Ergebnisse dokumentiert. Dann wird eine Gleichung aufgestellt und diese mithilfe des CAS gelöst. In der dritten Lösung ist sehr deutlich ersichtlich, wie die CAS-Verweise überhand nehmen können und die *mathematische Idee* in den Hintergrund tritt.

Kategorien und was sie leisten können

Bei der Analyse von Schülertexten (Abiturlösungen) wurden über die oben genannten (*kursive Begriffe*) hinaus noch folgende Kategorien herausgearbeitet, die als Bestandteile der Texte auftreten:

- Mathematische Idee
- Rechneinsatz
- Erklärungen
- Strukturierungselemente
- Ergebnisse

Diese Kategorien können einerseits dazu dienen, eine Schülerlösung zu beschreiben. Andererseits können sie Lehrerinnen und Lehrern dabei helfen, über Lösungsdokumentationen zu reflektieren und bewusster „mathematische Texte“ zu verfassen. Dazu gehören auch *Strukturierungselemente*, also Bestandteile, die dabei helfen, die zu vermittelnde Information zu organisieren. Von Schülerinnen und Schülern werden am häufigsten Zeilenumbrüche und Pfeile verwendet, um zu verdeutlichen, was der nächste Schritt oder das Ergebnis der vorherigen Tätigkeit ist. Vor allem mathematisch-logische Folgepfeile werden dabei mit einer anderen Bedeutung gebraucht, als es in der Fachwissenschaft üblich ist. Außerdem lassen sich Beispiellösungen auf Grundlage der Kategorien systematisch erstellen.

Es kann wohl nicht erwartet werden, dass Schülerinnen und Schüler in dieser sprachlich sehr ausführlichen Form dokumentieren werden. Das Beispiel soll vielmehr Lehrerinnen und Lehrern helfen, den Blick zu schärfen und die eigene Einstellung gegenüber dem, was eine Lösungsdokumentation ausmacht, zu reflektieren. In diesem Sinne ist dieses Beispiel auch kein „Musterbeispiel“, sondern ein Anhaltspunkt, worauf zu achten sein könnte. Hier wurde bewusst auf die Notation von CAS-Befehlen verzichtet, aber je nach Zweck der Dokumentation oder Vertrautheit des Befehls könnte dies auch anders gehandhabt werden.

Ausblick

Der Kern einer Dokumentation umfasst die mathematischen Ideen, die zur Lösung einer Aufgabe beitragen. Auf diesen sollte in jedem Fall der Schwerpunkt liegen. Darüber hinaus sind außerdem verbalisierte Erklärungen hilfreich, um Zusammenhänge zu verstehen bzw. (aus Schülersicht) diese herzustellen. Ziel sollte es sein, den Anteil an mathematischer Fachsprache sukzessive zu erhöhen.

Dies muss von Lehrerinnen und Lehrern gleichermaßen gefordert und gefördert werden.

Literatur

Barzel, B., Hußmann, S. & Leuders, T. (2005). Computer, Internet & Co. im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Beck, C. & Maier, H. (1996). Zu Methoden der Textinterpretation in der empirischen mathematikdidaktischen Forschung. In Maier, H., Voigt, J. Arbeiten zur interpretativen Unterrichtsforschung. Köln: Aulis-Verlag Deubner. S. 43-76.

Beck, J. (2015). Schülererklärungen in Lösungsdokumentationen beim Einsatz von CAS in Prüfungen. In Caluori, F. Linneweber-Lammerskitten, H. Streit, C. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. Münster: WTM-Verlag. S. 120-124.

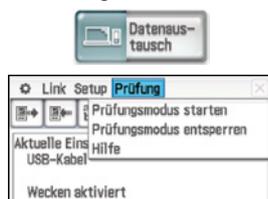
Pallack, A. (2007). „Die gute CAS-Aufgabe für die Prüfung“. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007*. Hildesheim, Berlin: Franzbecker. S. 90-94.

Kategorie	Beispiellösung
Erklärung (Mathematisierung des Sachkontextes)	Der Übergang von einer Rechts- in eine Linkskurve entspricht einem Wendepunkt der Modellfunktion s .
Mathematische Ideen	Wenn $s''(x_W) = 0$ ist und s'' einen Vorzeichenwechsel bei x_W hat, dann liegt ein Wendepunkt vor.
Rechneinsatz	$s''(x_W) = 0$ mit CAS lösen
Ergebnis	$x_W \approx -5,11$
Erklärung	s'' hat bei x_W einen Vorzeichenwechsel, da $s''(x) = 0,06939x + 0,3542$ der Term einer linearen Funktion ist.
Ergebnis (Rückbezug zum Sachkontext)	Im Punkt $W(-5,11 -5,01)$ geht die Rechtskurve in eine Linkskurve über.

Für die obige Aufgabe könnte eine Dokumentation z.B. so aussehen.

Prüfungsmodus

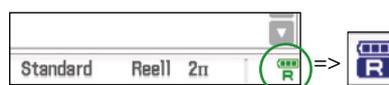
Mit dem letzten Update ist die Messwerfassung des ClassPad um die neuen CMA-Sensoren erweitert worden. Zusätzlich gibt es jetzt einen Prüfungsmodus, der hier kurz vorgestellt werden soll. In der App Datenaustausch finden Sie jetzt mit „Prüfung“ eine neue Auswahlmöglichkeit:



Wenn Sie den Prüfungsmodus starten, erhalten Sie eine Beschreibung der Bereiche

und Möglichkeiten, auf die Sie während der Prüfung keinen Zugriff mehr haben, sowie eine Beschreibung, wie der Prüfungsmodus beendet wird. Kurz: Im Prüfungsmodus ist der Zugriff auf den Speicher gesperrt und der Modus endet nach 12 Stunden automatisch. Er kann aber auch sofort mit Anschluss an einen PC oder einen weiteren ClassPad beendet werden, der sich nicht im Prüfungsmodus befindet.

Während des Prüfungsmodus erscheint in der rechten unteren Ecke ein erst grünes, nach 10 Minuten dann blaues R:



Dies dient der Kontrolle, wie lange der Prüfungsmodus bereits aktiviert ist. Zusätzlich kann die genaue Zeit seit Beginn der Aktivierung abgerufen werden.



Die zentralisierte Reifeprüfung 2015/16 in der Berufsbildung in Österreich

Autorin: Mag. Dr. Hilde Kletzl, HTBLuVA Salzburg, Pädagogische Hochschule Salzburg

Es werden drei Teilbereiche der zentralisierten Reifeprüfung 2015/16 in Österreich vorgestellt, die Arbeitsweise mit dem ClassPad analysiert und auf Fallen hingewiesen. Im Unterricht vor der Prüfung haben Schüler schnelle Arbeitsmethoden mit dem ClassPad II entwickelt: Die jungen Technikfreaks haben einiges an Know-how gezeigt.

Die Beispiele sind den Zentralmaturaaufgaben für Berufsbildende höhere Schulen in Österreich entnommen. Der Umfang der Arbeit: 18 Seiten müssen in 270 Minuten bearbeitet werden.

(Die Quelle für alle in diesem Beitrag beschriebenen Aufgaben ist: https://www.bifie.at/system/files/dl/KL16_PT1_HTL_AMT_AB_C2_AU.pdf Lösungen: https://www.bifie.at/system/files/dl/KL16_PT1_HTL_AMT_AB_C2_LO_0.pdf).

Die HTBLuVA Salzburg hat einen Schwerpunkt im Bereich Elektrotechnik, die Schüler haben in der Sekundarstufe II (fünf Jahre) vierzehn Wochenstunden Angewandte Mathematik und eine Reihe technischer Gegenstände, die viel Mathematik verwenden. Dieser Hintergrund erklärt die anspruchsvollen Prüfungsbeispiele.

Im ersten Beispiel wird gezeigt, wie einige schnell zu einer Lösung gekommen sind und den Zeitaufwand minimieren konnten. Das bedeutet in der Prüfungssituation zusätzlichen zeitlichen Spielraum an anderer Stelle.

Aufgabe 6

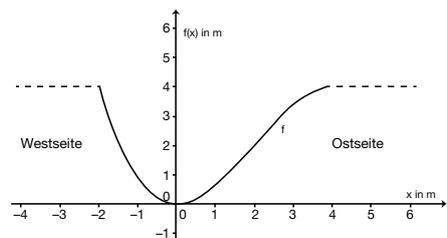
Am Fluss

a) Das Querschnittsprofil eines künstlichen Flusslaufes kann annähernd durch den Graphen der Polynomfunktion f beschrieben werden:

$$f(x) = -\frac{1}{8} \cdot x^3 + \frac{3}{4} \cdot x^2 \text{ mit } -2 \leq x \leq 4$$

$x, f(x)$... Koordinaten in Metern (m)

Der Graph dieser Funktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Berechnen Sie diejenige Stelle, an der das Querschnittsprofil auf der Ostseite am stärksten ansteigt. [1 Punkt]

Eine Möglichkeit, rasch zur Lösung zu kommen: die Gleichung der Funktion und den Wertebereich eingeben, im Main-Menü den Graph aufrufen und den Wendepunkt ausgeben lassen – Arbeitszeit minimiert! Um dem Operator „Berechne“ nachzukommen, muss noch ein Hinweis zur Berechnung dokumentiert, ein Rechenweg für den Wendepunkt angegeben werden.¹

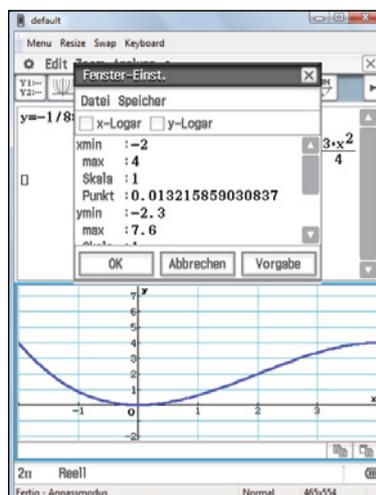


Abb.: Wertebereich eingeben

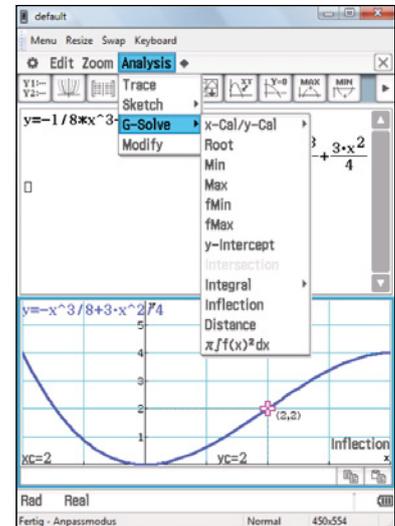


Abb.: Inflection liefert sofort den Wendepunkt

Warum ist hier im zweiten Bild Englisch als Sprache auf dem CPII eingestellt? In Österreich werden in den höheren technischen Lehranstalten 72 Stunden pro Jahr mit Arbeitssprache Englisch unterrichtet. Der ClassPad ist gut geeignet, im Mathematikunterricht Englisch zu trainieren. Der Einsatz von Technologie in Verbindung mit Englisch entspricht auch der Arbeitspraxis in Unternehmen.

Ein alternativer Lösungsweg: die Gleichung definieren, die Nullstelle der zweiten Ableitung bestimmen, die Lösung in die ursprüngliche Gleichung einsetzen und den Funktionswert ermitteln. Ein Tipp: Die Befehle COPY (mit „Shift =“) und PASTE (mit „Shift y“) können direkt an der Tastatur aufgerufen werden. Diese Kürzel funktionieren auch im Menü Interaktiv. Das spart Eingabezeit.

Aufgabe 10 (Teil B)

d) An ein RC-Glied mit Zeitkonstante $\tau > 0$ wird eine Gleichspannung U_0 angelegt. Zum Zeitpunkt des Einschaltens ($t=0$) beträgt die Kondensatorspannung 2 Volt. Bei diesem Einschaltvorgang wird die Kondensatorspannung u_c durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{U_0}{\tau}$$

Zeigen Sie rechnerisch mithilfe der Methode der Trennung der Variablen, dass

$$u_c(t) = U_0 - K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (K \dots \text{Integrationskonstante})$$

die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung ist. [1 Punkt]



Fortsetzung: Blick ins Ausland

Berechnen Sie die spezielle Lösung dieser Differenzialgleichung mit der oben angegebenen Anfangsbedingung. [1 Punkt]

Begründen Sie mathematisch, warum die Funktion u_c für $0 < U_0 < 2$ streng monoton fallend ist. [1 Punkt]

Das Beispiel besteht im Abschnitt d) aus drei Teilbereichen, die voneinander abhängig sind. Im ersten Bereich ist eine händische Berechnung der Differenzialgleichung erster Ordnung mit der Methode Trennung der Variablen gefordert. Im Normalfall kann der Prüfling die beiden anderen Teilbereiche nur nach korrektem Lösen des ersten Teils bearbeiten. Mit dem ClassPad II gibt es eine Chance für den zweiten Teil auch dann, wenn der erste nicht gelöst werden konnte: die Differenzialgleichung vom ClassPad lösen lassen! Der Rechner eröffnet Wege, mit den beiden letzten Teilaufgaben zumindest einen Teil der Aufgabe erfolgreich lösen zu können. Die Abbildungen zeigen die Eingabe der Differenzialgleichung mit den Anfangswertbedingungen, dabei wurden u_c und U_0 vereinfacht eingegeben als u und U , das Weglassen der

Fußnoten spart Zeit. Der Teilbereich der Anfangswertbedingung ist gelöst und die übersichtliche Darstellung der Lösung eröffnet die Möglichkeit, die richtige Begründung zu liefern:

$f(x) = ke^{-x}$ ist dann monoton fallend, wenn der Faktor k positiv ist, das ist hier der Fall für die zweite Lösung mit U_0 zwischen 0 und 2.

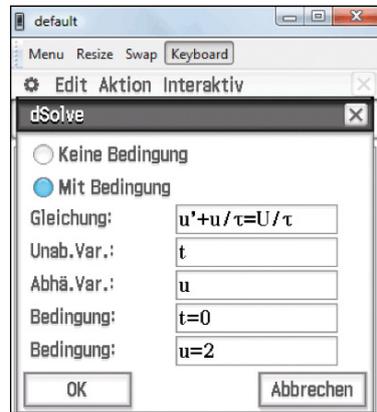


Abb.: Eingabe der DGL mit Anfangswertbedingung

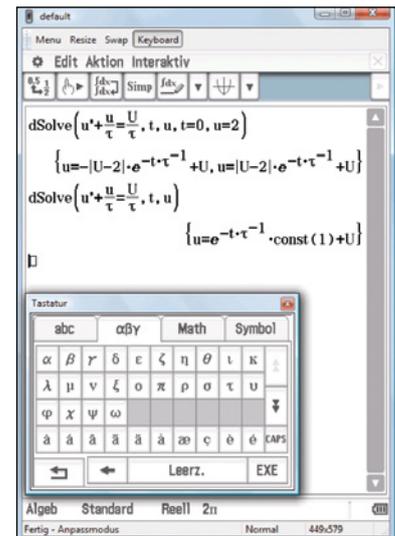


Abb.: Lösung mit und ohne Anfangswertbedingung

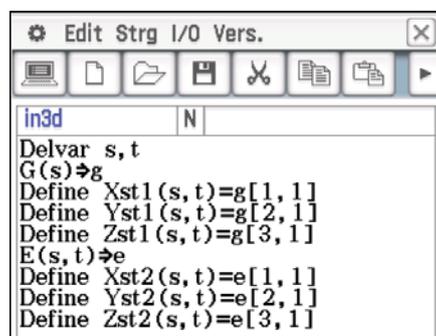
Tipps und Tricks

3D mit dem ClassPad II

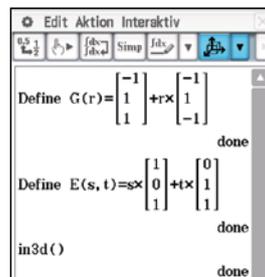
Seit dem letzten Update ist es möglich, mehrere 3D-Objekte gleichzeitig anzeigen zu lassen. Hier soll eine Möglichkeit beschrieben werden, sowohl eine Gerade und eine Ebene zu definieren als auch deren 3D-Plot anzeigen zu lassen und zu untersuchen, ohne dabei die Main-Anwendung zu verlassen.



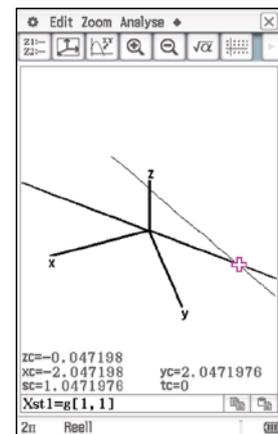
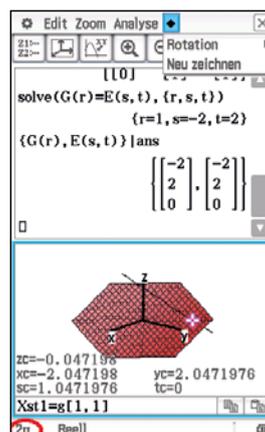
Das kurze Programm in3d kann aus der CASIO-Materialdatenbank heruntergeladen oder direkt in der Programm-App eingegeben werden: Edit, Neue Datei, „in3d“, OK



Nach Eingabe einer Geraden G und einer Ebene E in Main überträgt der neue Befehl „in3d()“ die beiden Objekte G und E im Hintergrund in die 1. bzw. 2. Position in der 3D-App.



Mithilfe des geteilten Main-Bildschirms bleiben die bisherigen Eingaben in der oberen Hälfte sichtbar, während in der unteren Hälfte – nach Auswahl der 3D-App – die Graphen durch „Neu zeichnen“ erscheinen. Die Objekte können nun gedreht und gewendet werden, um die räumliche Dimension zu erfassen.



Mit „Resize“ am unteren Bildschirmrand und der „+“ Taste können die Graphen vergrößert werden. Die Objekte können mit „Analyse, Verfolgen“ abgefahren werden, sodass der Schnittpunkt schon aus verschiedenen Perspektiven näherungsweise am Graphen bestimmt werden kann. Mit EXE kann von der Geraden auf die Ebene gewechselt werden.

Die „in3d“-Version in der Materialdatenbank ermöglicht, ein beliebiges Objekt an eine beliebige Position in der 3D-App zu befördern, z.B. durch „in3d(E(s,t),3)“. Zusätzlich können Sie mit „schneide(1,2)“ den Schnitt der Objekte an der 1. und der 2. Position darstellen.

Wo versteckt sich hier die Erdbeschleunigung? Ursprung und Übersicht der Konstanten

Autor: Lutz Blöser, Wöhlerschule Frankfurt

Für Berechnungen im naturwissenschaftlichen Bereich sind die im Rechner gespeicherten Naturkonstanten sehr nützlich. Im neuen ClassWiz öffnet sich bei der Anwahl „Shift“-„Const“ eine Übersicht mit verschiedenen Kategorien. Die Bedienungsanleitung enthält dazu bisher noch keine Aufstellung oder Übersicht – dies soll hier nachgeholt werden.

Viele der in den 6 Kategorien aufgeführten Werte sind wenig bekannt und spielen im Schulunterricht kaum eine Rolle, z.B. bei den „elektromagnetischen Konstanten“ der Wert unter „5“: „ $G_0 = 7,748 \dots \cdot 10^{-5}$ “. Woher kommt diese Aufstellung?

Ein schnell gefundenes Ergebnis bei der Suche ist die „NIST“-Liste. NIST steht hier für das „National Institute of Standards and Technology“ (<http://physics.nist.gov/cuu/>

Constants/). Dort ist die gleiche Einteilung in Konstanten zu finden, wie sie auch im ClassWiz implementiert wurde. Wird die Liste aufgerufen, so erscheinen auch die CASIO-Konstanten, zusammen mit einem (englischen) Namen sowie, was noch viel wichtiger ist, den Einheiten. Außerdem findet sich eine Fülle weiterer Naturkonstanten, insbesondere auch Verhältnisse von ihnen, die manchmal genauer bestimmt werden können als die Einzelwerte selbst. Erfreulicherweise sind auch die Fehlergrenzen angegeben.

CASIO hat diese sehr lange Liste vor der Übernahme in den Taschenrechner sehr sinnvoll gekürzt, trotzdem bleiben noch etliche Werte übrig, die für den alltäglichen Schulunterricht keine Bedeutung haben (z.B. das oben erwähnte „Leitwert-Quant“ mit $G_0 = 7,748 \dots \cdot 10^{-5}$ S (Siemens)).

Beispielaufgaben:

Beim Lösen können die im Taschenrechner gespeicherten Konstanten gut eingesetzt werden:

- Bei einem Druck von 7860 Pa hat eine Gasmenge ein Volumen von 17,4 dm³. Berechnen Sie die Stoffmenge. Berechnen Sie die Anzahl der eingeschlossenen Teilchen.
- In einem durchsichtigen Medium wird die Lichtgeschwindigkeit zu 275000 km/s gemessen. Die relative Permeabilität sei $\mu_r = 1$. Berechnen Sie die relative Dielektrizitätskonstante des Mediums.
- Berechnen Sie die Geschwindigkeit v , mit der sich ein Körper bewegen müsste, damit die relativistische Massenzunahme 1 % beträgt.
- Zwei Metallplatten mit jeweils 350 cm² Fläche stehen sich in Luft parallel im Abstand 1,2 mm gegenüber. Berechnen Sie die Kapazität dieses Kondensators unter der Annahme, dass $\epsilon_{r, \text{Luft}} = 1$ ist.
- Eine optisch sichtbare Strahlung habe die Wellenlänge $\lambda = 500$ nm. Berechnen Sie die Energie eines Lichtquants dieser Strahlung.
- Bei der Streuung von Röntgenstrahlung an freien Elektronen kommt in der Formel für den Streuwinkel der Quotient $(h/(m_e \cdot c))$ vor. Berechnen Sie diesen Quotienten, ermitteln Sie seine Dimension und suchen Sie den Wert samt Namen, unter dem er im ClassWiz abgelegt wurde.
- Für die Rydberg-Frequenz R_H gilt: $R_H = c \cdot R_\infty$. Berechnen Sie die Rydberg-Frequenz und machen Sie die Probe durch die Berechnung von
$$R_H = \frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^3}$$
- Nehmen Sie an, der Radius der kugelförmigen Erde sei 6370 km. Berechnen Sie die Masse der Erdkugel.
- Zwei punktförmige Ladungen $Q_1 = 5,6 \cdot 10^{-7}$ C und $Q_2 = 3,8 \cdot 10^{-6}$ C stehen sich in 25 cm Abstand gegenüber. Berechnen Sie die Kraft, mit der sich beide anziehen.

NIST-Liste

Universelle Konstanten			
Plancksches Wirkungsquantum	1	h	6,626069... · 10 ⁻³⁴ J·s
Plancksches Wirkungsqu. (h/2π)	2	ħ	1,054571... · 10 ⁻³⁴ J·s
Lichtgeschwindigkeit (im Vakuum)	3	c ₀	299792458 m/s
Elektrische Feldkonstante	4	ε ₀	8,854187... · 10 ⁻¹² As/(Vm)
Magnetische Feldkonstante	5	μ ₀	1,256637... · 10 ⁻⁶ Vs/(Am)
Spezifischer Wellenwiderstand	6	Z ₀	376,7303... Ω
Gravitationskonstante	7	G	6,67385... · 10 ⁻¹¹ m ³ /(kg·s ²)
Planck-Länge	8	l _p	1,616199... · 10 ⁻³⁵ m
Planck-Zeit	9	t _p	5,39106... · 10 ⁻⁴⁴ s
Elektromagnetische Konstanten			
Kernmagneton	1	μ _N	5,05078... · 10 ⁻²⁷ J/T
Bohrsches Magneton	2	μ _B	9,274009... · 10 ⁻²⁴ J/T
Elementarladung	3	e	1,60217... · 10 ⁻¹⁹ C
Magnetisches Flussquantum	4	φ ₀	2,06783... · 10 ⁻¹⁵ Wb
Leitwert-Quantum	5	G ₀	7,74809... · 10 ⁻⁵ S
Josephson Konstante	6	K _J	4,83597... · 10 ¹⁴
von Klitzing Konstante	7	R _K	25812,80744... Ω
Atomare/Nukleare Konstanten			
Protonenmasse	1	m _p	1,6726... · 10 ⁻²⁷ kg
Neutronenmasse	2	m _n	1,6749... · 10 ⁻²⁷ kg
Elektronenmasse	3	m _e	9,1093... · 10 ⁻³¹ kg
Muonenmasse	4	m _μ	1,8835... · 10 ⁻²⁸ kg
Bohrscher Radius	5	a ₀	5,29177... · 10 ⁻¹¹ m
Feinstrukturkonstante	6	α	7,2973... · 10 ⁻³
Klassischer Elektronenradius	7	r _e	2,81794... · 10 ⁻¹⁵ m
Compton Wellenlänge	8	λ _c	2,42631... · 10 ⁻¹² m
Gyromagnet. Verhältnis (Proton)	9	γ _p	2,675222... · 10 ⁸ 1/(T·s)
Compton Wellenlänge (Proton)	A	λ _{cp}	1,3214... · 10 ⁻¹⁵ m
Compton Wellenlänge (Neutron)	B	λ _{cn}	1,31959... · 10 ⁻¹⁵ m
Rydberg Konstante	C	R _∞	10973731,57... 1/m
Magnetisches Moment des Proton	D	μ _p	1,4106067... · 10 ⁻²⁶ J/T
Magnetisches Moment des Elektron	E	μ _e	-9,2847643... · 10 ⁻²⁴ J/T
Magnetisches Moment des Neutron	F	μ _n	-9,6623647... · 10 ⁻²⁷ J/T
Magnetisches Moment des Muon	M	μ _μ	-4,490448... · 10 ⁻²⁶ J/T
Tauonenmasse	X	m _τ	3,16747... · 10 ⁻²⁷ kg
Physikalisch-chemische Konstanten			
Atomare Masseneinheit	1	u	1,6605... · 10 ⁻²⁷ kg
Faraday Konstante	2	F	96485,3365... C/mol
Avogadro Konstante	3	N _A	6,0221... · 10 ²³ 1/mol
Boltzmann Konstante	4	k	1,38... · 10 ⁻²³ J/K
Molares Volumen des idealen Gases (273,15 K; 100 kPa)	5	V _m	0,02271... m ³ /mol
Universelle Gaskonstante	6	R	8,3144621... J/(mol·K)
1. Strahlungskonstante	7	C ₁	3,74177... · 10 ⁻¹⁶ W m ²
2. Strahlungskonstante	8	C ₂	0,01438777... m K
Stefan-Boltzmann Konstante	9	σ	5,670373... · 10 ⁻⁸ W/(m ² ·K ⁴)
Übernommene Werte			
Fallbeschleunigung	1	g	9,80665 m/s ²
Normluftdruck	2	atm	101325 Pa
konventioneller Wert der von Klitzing Konstante	3	R _{K-90}	25812,807... Ω
konventioneller Wert der Josephson Konstante	4	K _{J-90}	4,835979... · 10 ¹⁴ Hz/V
Andere			
Gefrierpunkt von Wasser	1	t	273,15 K

Hier nun eine Aufstellung der im ClassWiz hinterlegten Konstanten mit den aus dem Englischen ins Deutsche übersetzten Namen und den zugehörigen Einheiten. Die Zahlenwerte sind gekürzt aufgeführt, im Rechner gibt es die längere Darstellung.

- Für die Schule wichtigste Konstanten sind rot, weniger wichtige blau und unwichtige schwarz gekennzeichnet.
- Einfach ausschneiden und auf die Innenseite des ClassWiz Rechnerdeckels kleben. Oder ausschneiden, laminieren und in der Tasche deponieren.



Atemlos

Autor: Nora Simon, Franz-Stock-Gymnasium, Arnsberg

In der Oberstufenmathematik werden die Inhalte (leider) schnell theoretisch; viele „Anwendungsaufgaben“ in den Schulbüchern sind sehr konstruiert. In diesem Beitrag wird gezeigt, dass es auch anders geht: Mit dem Messwerterfassungssystem werden Kurven in realen Situationen vom ClassPad aufgezeichnet und daraus Schlussfolgerungen gezogen.

In der beschriebenen Unterrichtssequenz hatten die Lernenden ihre eigene Atemkurve aufgenommen: mit einem an ein ClassPad angeschlossenen Spirometer. So konnten sie ihr eigenes Lungenvolumen ermitteln. Eingebettet ist diese Einheit in den Bereich der Integralrechnung, fächerübergreifend: Mathematik mit Biologie und/oder Sport.

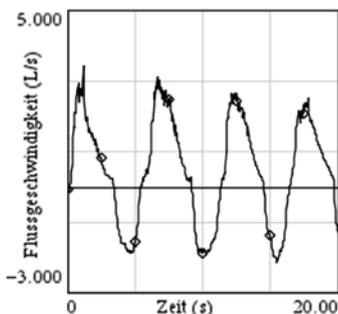


Abbildung 1: Beispielgraph einer Atemkurve

Das Spirometer zeichnet die Luftdurchflussgeschwindigkeit beim Atmen auf, und das ClassPad zeigt den zugehörigen Graphen an. Wird nun die Fläche zwischen diesem Graphen und der x-Achse innerhalb eines Atemzugs berechnet (ein- oder ausatmen, also zwischen zwei Nullstellen), so entspricht das Ergebnis dem Lungenvolumen der Testperson. Die Messungen können von mehreren Testpersonen oder unter verschiedenen äußeren Bedingungen (Belastungen) durchgeführt werden. Das führt zu verschiedenen Ergebnissen, die unter biologischen oder sportlichen Aspekten interpretiert werden können.

Die Berechnung des Lungenvolumens startet mit der Modellierung eines möglichen Funktionsterms: Eine erste Idee ist eine Funktion zweiten Grades im Intervall I, also von einer Nullstelle bis zur nächsten, mit einem Hoch- oder Tiefpunkt. Berechnung des Flächeninhalts unter der Funktion im Intervall I:

Beispiel:

$I = [5,5; 9]$ mit dem Hochpunkt $(7,25 | 3)$
 $f(x) = -0,98 x^2 + 14,2 x - 48,5$

$\int_{5,5}^9 f(x) dx = 6,78 \approx 7$

Alternativ zur Modellierung einer Funktion wäre auch eine direkte Bestimmung der Fläche zwischen dem Originalgraphen und der Zeitachse mit dem ClassPad möglich gewesen. In dieser Unterrichtssequenz bekam die Lerngruppe die Graphen in ausgedruckter Form, das Stundenziel war eine näherungsweise Bestimmung der Fläche durch eine geeignete Modellierung.

Mit dem ClassPad sind die für die Modellierung erforderlichen Gleichungen einfach zu lösen. Das öffnet Zeitfenster, um mit der Lerngruppe über das Thema „Genauigkeit der Ergebnisse“ in ein Gespräch zu kommen: Durch die Wahl der Intervalle, unterschiedlicher Nullstellen und Extrema werden abweichende Ergebnisse erzielt. Auch ist zu diskutieren, ob eine Funktion zweiten Grades ausreicht, um die Atemkurve darzustellen oder ob eine Funktion 4. Grades dafür nicht besser geeignet ist. Zur weiteren Diskussion laden auch unterschiedlich hohe Ein- und Ausatemkurven ein. Wie groß ist der Messfehler?

Das Material zu dieser Unterrichtssequenz und die Hilfestellungen für die Lerngruppen wurden in QR-Codes gespeichert. Die Arbeitsgruppen konnten bei Bedarf mit einem Tablet oder Smartphone (und der entsprechenden App zur Entschlüsselung) die QR-Codes einscannen und so die Texte auf ihrem Gerät lesen. Da sie direkt in den QR-Codes gespeichert werden, ist zum Entschlüsseln keine Internetverbindung

notwendig. Die QR-Codes wurden auf dem Arbeitsblatt mit der Aufgabenstellung abgedruckt und so der entsprechenden Stelle zugeordnet. Mit dieser Variante der Hilfestellung entfällt das Bedrucken und Laminiere unterschiedlicher Kärtchen sowie das Zusammenpacken in Umschlägen. Eine für das Lesen der QR-Codes geeignete App ist z. B. bei QR Droid Private zu finden.

QR-Codes, in denen Text etwa als „Hilfeskarte“ hinterlegt ist, lassen sich mithilfe entsprechender Websites leicht selbst generieren. Bei der Suchanfrage „QR Code generieren“ werden direkt mehrere Websites angezeigt (z. B. <http://goqr.me>). Auf der entsprechenden Seite erscheint ein Textfeld, in das ein beliebiger Text oder der Link auf eine Internetseite eingefügt werden kann (im letzten Fall ist eine Internetverbindung zum Aufrufen der Internetseite erforderlich). Neben dem eingegebenen Text erscheint der zugehörige QR-Code. Dieser kann kopiert und an beliebiger Stelle in ein Textdokument eingefügt werden. Bei der Textlänge ist eine Beschränkung auf etwa 300 Zeichen sinnvoll, andernfalls werden die QR-Codes schlecht lesbar – oder sie müssen sehr groß abgebildet werden, damit die Kamera sie problemlos erfassen kann.

Anm. der Red.: Frau Simon wurde für diese Mathematikstunde von der MNU auf der Bundesversammlung in Leipzig mit dem 2. Preis für innovative Unterrichtsideen ausgezeichnet.

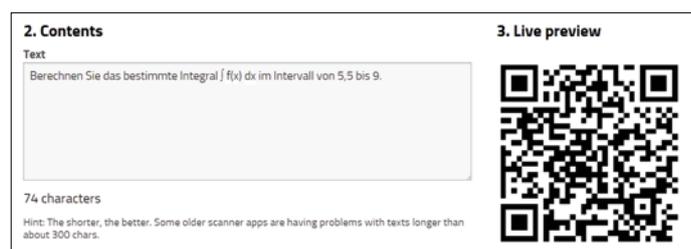


Abbildung 2: Screenshot von <http://goqr.me> mit eingefügtem Textbeispiel.



Abbildung 3: ClassPad II und C-Lab



Abbildung 4: Spirometer von CMA

Maßgeschneiderte Informationen für Mathematiklehrkräfte

Die kontinuierliche Bereitstellung von Unterrichtsmaterial, das zum einen mit den Anforderungen der Lehrpläne in den Bundesländern harmonisiert und zum anderen den Einsatz und die Bedienung der Schulrechner erleichtert, ist ein Herzstück des Lehrersupports von CASIO. Dafür steht CASIO in regelmäßigem Austausch mit Mathematiklehrkräften.

Informationsaussand zum Beispiel zu folgenden Themen:

- CASIO forum mit vielen Aufgabenbeispielen und Unterrichtseinheiten
- Informationen zu regionalen Veranstaltungen
- Neuerungen in den Zulassungsrichtlinien
- bundeslandspezifische Angebote
- Lehrerspezial holt reale Alltagsthemen in den Mathematikunterricht

Das Feedback aus der Lehrerschaft zeigt – ein Service, der geschätzt wird.



Anmeldung

Sie möchten ebenfalls maßgeschneiderte Informationen für Mathematiklehrkräfte erhalten – dann sind Sie herzlich beim Lehrer-Info-Service von CASIO willkommen. Ob per Post oder per E-Mail – Sie entscheiden selbst, wie Sie von CASIO kontaktiert werden möchten und haben jederzeit die Gelegenheit, sich auch wieder abzumelden.

Anmeldung im Netz

Unter dieser Web-Adresse können Sie unsere Informationen abonnieren:

www.casio-schulrechner.de/lehrer-info-service



Anmeldung per QR-Code

Scannen Sie einfach den QR-Code.



Educational Team

Unsere Spezialisten rund um das Thema Schulrechner von CASIO und deren Einsatz im Mathematikunterricht stehen Ihnen bei Fragen jederzeit zur Verfügung:
 Telefon: +49 (0)40/528 65-0
 Fax: +49 (0)40/528 65-100
 E-Mail: education@casio.de

CASIO European Support Center

Für Beratung und technische Informationen wenden Sie sich an das CASIO European Support Center:
 Telefon: +49 (0)40/528 65-802
 Fax: +49 (0)40/528 65-888
 E-Mail: support_center@casio.de

Anfragen zu Reparaturen

Bei Fragen rund um das Thema Reparatur stehen Ihnen Experten unter folgenden Kontaktdaten zur Verfügung:
 Telefon: +49 (0)40/528 65-203
 Fax: +49 (0)40/528 65-242
 E-Mail: repair@casio.de

Übersicht über die aktuellen Betriebssystemversionen (OS)

Die Updates sowie die Testsoftware stehen zum kostenlosen Herunterladen auf unserer Internetseite bereit: edu.casio.com

Gerät	OS-Version
ClassPad II	2.01.1000
ClassPad 330 Plus	3.10.5000
ClassPad 330/300 Plus	3.06.5000
FX-CG20	2.02.0200
FX-9860GII	2.09
Software	
ClassPad II Manager Subscription	2.01
ClassPad Manager	3.06.3000
FX-CG20 Manager	2.02
FX-Manager Plus	2.09
ClassWiz Emulator Subscription	2.00

Stand: Februar 2017



CASIO Support für Lehrer!

Ob technisch-wissenschaftlicher Rechner oder Grafikrechner – mit dem umfangreichen Support-Programm von CASIO unterstützt Sie das Educational Team bestens bei der Auswahl des passenden Schulrechners bis hin zur Gestaltung Ihres Unterrichts.

Support-Programm

- Referenzschulen
- Lehrer-Workshops
- Lehrer-Info-Service (u.a. CASIO forum)
- Leihprogramme
- Prüfangebote
- Literatur

Herausgeber:
 CASIO Europe GmbH
 Casio-Platz 1 • 22848 Norderstedt
 Tel.: 040/528 65-0 • Fax: 040/528 65-535

Bildquellen:
 S. 1: M. Mettin

Redaktion:
 Gerhard Glas und Armin Baeger
 CASIO Educational Team • education@casio.de

Design:
 CONSEQUENCE
 Werbung & Kommunikation GmbH, HH

Copyright für alle Beiträge, soweit nicht anders angegeben, bei CASIO Europe GmbH. Für unverlangt eingesandte Manuskripte, Fotos und Zeichnungen wird keine Haftung übernommen. Nachdruck nur mit schriftlicher Genehmigung und Urhebervermerk.

